

## Analisis Penalaran Matematis Mahasiswa Menyelesaikan Soal Matriks Proyeksi Ortogonal Pada Matakuliah Aljabar Linear

Rahman Cahyadi<sup>1)</sup>, Naning Sutriningsih<sup>2)</sup>

<sup>1,2)</sup>Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Muhammadiyah Pringsewu

Email : <sup>1)</sup> [rahmancahyadi@umpri.ac.id](mailto:rahmancahyadi@umpri.ac.id) <sup>2)</sup> [sutriningsihnaning024@umpri.ac.id](mailto:sutriningsihnaning024@umpri.ac.id)

### Abstrak

Dalam menyelesaikan soal matriks proyeksi orthogonal, mahasiswa dituntut agar mampu melakukan analisis penalaran matematis. Selama proses analisis, kemampuan penalaran sangat diperlukan. Sebelum kegiatan analisis dilakukan, maka mahasiswa harus mampu mengajukan dugaan. Dengan demikian kemampuan mengajukan dugaan merupakan salah satu indikator dari kemampuan penalaran. Kemampuan penalaran juga sangat diperlukan dalam memahami suatu konsep materi, tanpa adanya kemampuan penalaran, maka mahasiswa akan mengalami kesulitan dalam menyelesaikan suatu permasalahan yang diberikan. Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui kemampuan penalaran matematis mahasiswa dalam menyelesaikan soal matriks proyeksi orthogonal. Jenis penelitian deskriptif. Hasil penelitian ini adalah rata-rata mahasiswa masih belum mampu melakukan manipulasi matematis tentang konsep dasar notasi pembentuk himpunan untuk menemukan basis orthonormal. Terlihat bahwa 20 mahasiswa atau 80% yang mencapai indikator mengajukan dugaan, 0 mahasiswa atau 0% yang mencapai indikator melakukan manipulasi matematis, 20 mahasiswa atau 80% yang mencapai indikator menemukan pola atau sifat dari gejala matematis untuk membuat generalisasi, 20 mahasiswa atau 80% yang mencapai indikator menyusun bukti, dan 20 mahasiswa atau 80% yang mencapai indikator menarik kesimpulan dari pernyataan.

**Kata kunci:** Penalaran Matematis, Manipulasi Matematika

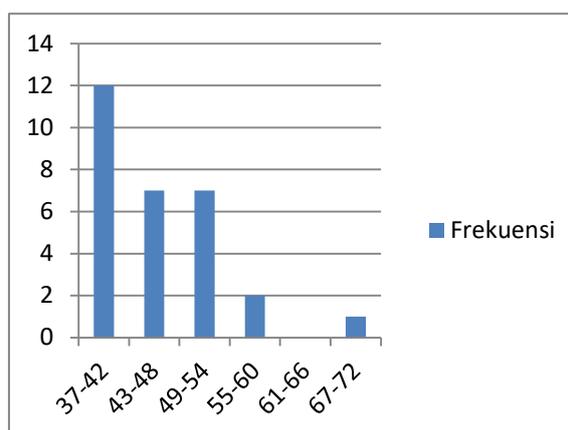
## PENDAHULUAN

Menurut Badan Standar Nasional Pendidikan (Muharom, 2014:2) Peserta didik dari mulai sekolah dasar perlu dibekali dengan kemampuan berpikir logis, analitis, sistematis, kritis, kreatif, dan kemampuan bekerja sama". Selain itu dikemukakan juga oleh *National Council of Teacher of Mathematics/NCTM* (Ratnaningsih, 2008:4) "terdapat lima proses standar bagi peserta didik dalam memperoleh dan menggunakan pengetahuan matematik yaitu: pemecahan masalah (*problem solving*), penalaran dan pembuktian (*reasoning and proof*), komunikasi (*communication*), koneksi (*connection*), dan representasi (*representation*)". Memperhatikan hal tersebut, maka perlu dikembangkan proses berpikir dan bernalar peserta didik dalam pembelajaran matematika untuk pengembangan diri peserta didik di masa datang. Melalui pembelajaran matematika cara berpikir peserta didik diharapkan dapat berkembang dengan baik karena matematika memiliki struktur dan keterkaitan yang kuat dan jelas antara konsep-konsep yang ada serta memungkinkan dapat meningkatkan

kemampuan penalaran. Kemampuan bernalar mahasiswa selama proses pembelajaran sangat diperlukan guna mencapai keberhasilan.

Mahasiswa merupakan peserta didik yang dituntut untuk memiliki kemampuan penalaran yang didalamnya meliputi: Kemampuan mengajukan dugaan, melakukan manipulasi matematika, menyusun bukti, memberikan alasan terhadap kebenaran solusi, menarik kesimpulan dari suatu pernyataan, memeriksa kesahihan dari suatu pendapat, dan menemukan pola dan sifat dari gejala matematis untuk membuat generalisasi.

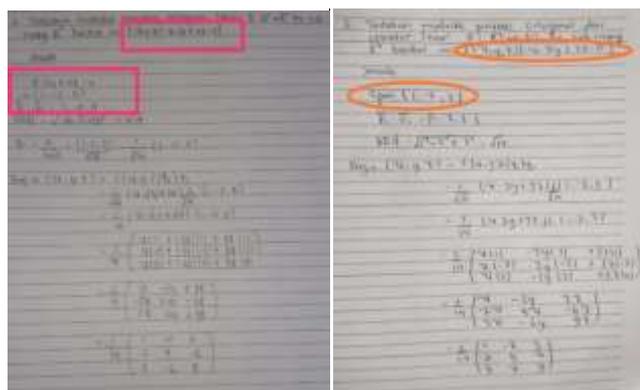
Hasil analisis pekerjaan mahasiswa pra penelitian diperoleh masih banyak mahasiswa yang belum mampu melakukan kemampuan penalaran matematis diantaranya kemampuan mengajukan dugaan, melakukan manipulasi matematika, menemukan pola atau sifat dari gejala matematis untuk membuat generalisasi, menyusun bukti memberikan alasan atau bukti terhadap kebenaran solusi, menarik kesimpulan dari pernyataan, serta memeriksa kesahihan suatu argumen. Berdasarkan hasil observasi yang dilakukan peneliti didapat data Hasil Penilaian Akhir Semester (PAS) Mata Kuliah Aljabar Linier Tahun Akademik 2020/2021 sebagai berikut:



Sumber: Dosen Pengampu Aljabar Linier

Dari data diatas peneliti tertarik untuk meneliti penalaran matematis mahasiswa menyelesaikan soal matriks proyeksi ortogonal pada mata kuliah Aljabar Linier. Dalam menyelesaikan soal matriks proyeksi orthogonal, mahasiswa dituntut agar mampu melakukan penalaran analisis dalam menyelesaikan soal. Selama proses analisis, kemampuan penalaran sangat diperlukan. Sebelum kegiatan analisis dilakukan, maka mahasiswa harus mampu mengajukan dugaan. Dengan demikian kemampuan mengajukan dugaan merupakan salah satu indikator dari kemampuan penalaran. Kemampuan penalaran juga sangat diperlukan dalam memahami suatu konsep materi, tanpa adanya kemampuan penalaran, maka mahasiswa akan mengalami kesulitan dalam menyelesaikan suatu permasalahan yang diberikan.

Analisis jawaban soal matriks proyeksi ortogonal dibawah ini, sebagian mahasiswa masih mengalami kesalahan. Perhatikan contoh soal berikut:



Gambar 1. Jawaban Tes

Dari penyelesaian diatas terlihat bahwa mahasiswa melakukan kesalahan dan belum mampu dalam melakukan manipulasi soal dengan benar untuk mendapatkan basis ruang vektor. Berdasarkan temuan masalah diatas, maka dapat dikatakan bahwa mahasiswa belum memahami sehingga tidak bisa menyelesaikan soal secara benar. Hal ini diduga karena rendahnya kemampuan penalaran matematis mahasiswa yang salah satu indikatornya yaitu manipulasi matematis, memberikan alasan atau bukti terhadap kebenaran solusi. Oleh karena itu, penalaran matematis perlu mendapat perhatian serius dari pendidik karena dapat membantu mahasiswa dalam mengembangkan kemampuannya.

Penalaran dijelaskan oleh Keraf (dalam Fadjar Shadiq, 2007:42) sebagai: “proses berpikir yang berusaha menghubungkan fakta-fakta atau evidensi-evidensi yang diketahui menuju kepada suatu kesimpulan”. Oleh karena itu, kemampuan penalaran matematis sangat penting untuk dimiliki oleh mahasiswa karena akan sangat membantu mahasiswa dalam menyelesaikan masalah matematika. Penelitian ini dilakukan pada matakuliah aljabar linier pada materi transformasi linier dalam menyelesaikan soal matriks proyeksi ortogonal. Dari hasil analisis pekerjaan mahasiswa dalam menyelesaikan soal, ditemukan sebagian besar mahasiswa mengalami kesalahan pada saat melakukan manipulasi matematika, sehingga hasil belajar yang di peroleh tidak maksimal. Seperti halnya penelitian sebelumnya oleh pandu dkk (2021) yang menyatakan bahwa rata rata ketercapaian indikator penalaran matematis masih rendah dibawah 40% yaitu indikator manipulasi matematika, menemukan pola atau ciri-ciri gejala matematika untuk digeneralisasi, menyusun bukti yang memberikan alasan atau bukti kebenaran. solusi, menarik kesimpulan dari pernyataan, dan memeriksa validitas argumen.

Kemampuan penalaran matematis ini tentunya tidak terlepas dari dalam diri mahasiswa itu sendiri, bagaimana sikap siswa terhadap belajar, konsentrasi belajar dan kebiasaan belajar. Hal ini sejalan dengan penelitian yang sudah dilakukan oleh cahyadi (2018) yang menyatakan bahwa perilaku prokrastinasi akademik yang berasal dari dalam diri mahasiswa atau faktor internal prokrastinasi lebih dominan sebagai faktor prokrastinasi akademik yang mengakibatkan hasil belajarnya rendah. Penelitian ini bertujuan untuk mendeskripsikan kemampuan penalaran matematis mahasiswa pada materi tranformasi linier dalam menyelesaikan soal matriks proyeksi ortogonal. Kemampuan penalaran matematis yang dimaksud adalah kemampuan berpikir

menurut alur kerangka berpikir tertentu berdasarkan konsep atau pemahaman yang telah didapat sebelumnya. Kemudian konsep atau pemahaman tersebut saling berhubungan satu sama lain dan diterapkan dalam permasalahan baru sehingga didapatkan keputusan baru yang logis dan dapat dipertanggungjawabkan atau dibuktikan kebenarannya.

### **METODE**

Subjek penelitian ini adalah mahasiswa pendidikan matematika angkatan 2020 sebanyak 25 mahasiswa. Penelitian ini dilakukan di Universitas Muhammadiyah Pringsewu Lampung pada program studi pendidikan matematika mata kuliah aljabar linier. Penelitian ini merupakan penelitian deskriptif, dan untuk mendapatkan data dalam penelitian ini, peneliti menggunakan soal tes dan pedoman wawancara yang sebelumnya dilakukan uji validitas dan reliabilitas instrument agar layak untuk digunakan. Teknik analisis data yang digunakan yaitu menggunakan rumus persentase ketuntasan belajar yang kemudian dikembangkan untuk dapat mengukur persentase banyaknya mahasiswa tentang kemampuan penalaran matematis pada setiap indikatornya.

### **HASIL DAN PEMBAHASAN**

Hasil penelitian menunjukkan bahwa sebagian besar mahasiswa masih belum mampu menyelesaikan soal matriks proyeksi ortogonal secara benar. Hal ini ditunjukkan 25 mahasiswa atau 100% yang mencapai indikator mengajukan dugaan, 0 mahasiswa atau 0% yang mencapai indikator melakukan manipulasi matematis, 20 mahasiswa atau 80% yang mencapai indikator menemukan pola atau sifat dari gejala matematis untuk membuat generalisasi, 20 mahasiswa atau 80% yang mencapai indikator menyusun bukti memberikan alasan atau bukti terhadap kebenaran solusi, 20 mahasiswa atau 80% yang mencapai indikator menarik kesimpulan dari pernyataan, dan 0 mahasiswa atau 0% yang mencapai indikator memeriksa kesahihan suatu argumen, menurut Asmar Bani (2011:13) menyatakan bahwa materi matematika dan penalaran matematika merupakan dua hal yang tidak dapat dipisahkan. Materi matematika dipahami melalui penalaran, dan penalaran yang dipahami dan dilatihkan melalui belajar matematika. Dari hasil perhitungan dapat kita lihat bahwa indikator melakukan manipulasi hanya mencapai presentase 0% atau tidak ada mahasiswa yang bisa melakukan manipulasi matematis dan begitu pula mahasiswa belum bisa memeriksa kembali kesahihan suatu argumen. Hal ini disebabkan karena lemahnya pengetahuan mahasiswa atau belum begitu memahami konsep dasar bagaimana menjabarkan suatu notasi pembentuk himpunan (set builder) agar diperoleh basis orthonormal.

Berdasarkan dari hasil analisis data setiap indikator penalaran matematis dalam menyelesaikan soal matriks proyeksi orthogonal baik dilihat dari hasil jawaban mahasiswa maupun dari hasil wawancara, sehingga dapat kita jabarkan beberapa indikator penalaran matematis diantaranya yaitu:

1) Indikator mengajukan dugaan, pada tahap ini mahasiswa secara keseluruhan sudah mampu menuliskan apa saja yang di ketahui pada soal dan apa yang di tanyakan, pada saat dilakukan wawancara mahasiswa juga dapat menjelaskan apa saja yang diketahui soal dan mahasiswa mampu menjabarkan apa saja yang di tanyakan. 2) Indikator manipulasi matematis, pada tahap ini baik dilihat dari jawaban maupun dari hasil wawancara dengan mahasiswa, diperoleh informasi bahwa seluruh mahasiswa belum mampu memahami bagaimana cara memanipulasi soal dengan benar untuk memperoleh atau mencari basis dari ruang vektor yang nantinya basis ruang vektor tersebut akan digunakan pada proses penyelesaian ke tahap berikutnya. 3) Indikator menemukan pola atau sifat dari gejala matematis untuk membuat generalisasi, pada tahap ini 80% mahasiswa dapat menemukan pola dalam langkah langkah menjawab soal, namun jawaban mereka belum tepat karena pada tahap memanipulasi matematis masih melakukan kesalahan. 4) Indikator menyusun bukti memberikan alasan atau bukti terhadap kebenaran solusi, pada tahap ini baik dilihat dari jawaban mahasiswa dalam mengerjakan soal maupun dari hasil wawancara, sebanyak 20 mahasiswa atau 80% mampu menyusun bukti dengan benar, mahasiswa dapat menuliskan langkah langkah secara berurutan dan mampu menyusun bukti di setiap langkahnya, meskipun hasil akhir yang di peroleh belum benar. 5) Indikator menarik kesimpulan, pada tahap ini mahasiswa sudah mampu membuat kesimpulan dari hasil pekerjaan yang dilakukan, meskipun kesimpulan yang di peroleh belum benar. 6) Indikator memeriksa kesahihan suatu argumen, pada tahap ini baik dilihat dari hasil jawaban mahasiswa atau dari hasil wawancara seluruh mahasiswa belum mampu memeriksa kembali kesahihan atau kebenaran dalam menyelesaikan soal yang telah dilakukan, hal ini menyebabkan mahasiswa tidak mampu memahami dimana letak kesalahan yang di lakukan dalam menyelesaikan soal, sehingga hasil atau nilai yang diperolehnya belum maksimal.

## SIMPULAN DAN SARAN

Hasil penelitian menunjukkan bahwa sebagian besar mahasiswa masih belum mampu menyelesaikan soal matriks proyeksi ortogonal secara benar. Dari hasil perhitungan dapat kita lihat bahwa indikator melakukan manipulasi hanya mencapai presentase sebesar 0% atau tidak ada mahasiswa yang bisa melakukan manipulasi matematis dan begitu pula mahasiswa belum bisa memeriksa kembali kesahihan suatu argumen. Hal ini disebabkan karena lemahnya pengetahuan mahasiswa atau mahasiswa belum begitu memahami konsep dasar tentang notasi pembentuk himpunan (set builder) agar diperoleh basis orthonormal. Padahal materi tentang notasi pembentuk himpunan (set builder) ini, merupakan materi pada mata kuliah prasyarat yang sudah pernah di ajarkan pada mata kuliah aljabar dasar. Oleh karena itu perlu sekali memberikan penguatan kembali terkait mata kuliah prasyarat sebelum melanjutkan ke materi tentang matriks proyeksi orthogonal dengan memberikan pertanyaan pertanyaan atau soal soal.

## REFERENSI

- Bani, A. (2011). "Meningkatkan Kemampuan Pemahaman dan Penalaran Matematika Sekolah Menengah Pertama Melalui Pembelajaran Penemuan Terbimbing". *Edisi Khusus* (1). 12-20.
- Cahyadi, R (2018). "Prokrastinasi akademik Mahasiswa Pada Mata kuliah Aljabar Linier". *Jurnal e-dumath*. Vol.4 46-57  
<https://ejournal.umpri.ac.id/index.php/edumath/article/view/587>
- Depdiknas (2004). *Dokumen Peraturan Ditjen Dikdasmen*. Jakarta : Bumi Aksara
- Muharom. (2014). " Pengaruh Pembelajaran Dengan Model Kooperatif Tipe STAD Terhadap kemampuan Penalaran dan Komunikasi Matematik Peserta didik di SMK Negeri Manonjaya Tasikmalaya. *Jurnal Pendidikan dan Keguruan* Vo.I, 2014, artikel 1
- NTCM (2000). *Principle and Standards for School Mathematics*.: USA.
- Ratnaningsih. (2008). *Berbagai Ketamprilan Berpikir Matematik*. Makalah disajikan dalam Acara Seminar Pendidikan Matematika di Universitas Siliwangi Tasikmalaya pada tanggal 8 maret 2008. Tasikmalaya.
- Santoso, PE, Hendrowati, TY, Cahyadi, R (2021). "Analisis Penalaran Matematis Pada Operasi Baris Elementer untuk Menyelesaikan Persamaan Linier". *Jurnal e-dumath*. Vol.7. 11-17  
[https://scholar.google.com/citations?view\\_op=view\\_citation&hl=en&user=Q7Y0WZMAAAAJ&citation\\_for\\_view=Q7Y0WZMAAAAJ:W7OEmFM1HYC](https://scholar.google.com/citations?view_op=view_citation&hl=en&user=Q7Y0WZMAAAAJ&citation_for_view=Q7Y0WZMAAAAJ:W7OEmFM1HYC)
- Sidiq, F. (2007). *Penalaran atau Reasoning perlu di pelajari para siswa Yogyakarta*. PPPPTK Yogyakarta