

## Pengenalan *TikZ* dari Graf $Br_3 \odot P_4$

Alfi Maulani <sup>1)</sup>\*, Hendro Waryanto <sup>2)</sup>

<sup>1,2)</sup> Universitas Pamulang

\*Corresponding author, e-mail: [dosen02330@unpam.ac.id](mailto:dosen02330@unpam.ac.id)

### Abstract

*Penelitian ini bertujuan untuk menentukan bentuk matriks yang sesuai dari operasi korona graf berlian dengan graf lintasan yang mengandung bilangan koneksi pelangi kuat dengan bantuan perangkat lunak pengolahan dokumen Latex dalam bentuk Tikz. Metode penelitian ini adalah trial and error dan studi literatur dari berbagai sumber. Penelitian ini meliputi langkah-langkah seperti menentukan visualisasi, bilangan koneksi pelangi kuat, matriks ketetanggaan, pengolahan bentuk matriks, dan kriteria simetri atau non-simetri dari graf korona  $src(Br_3 \odot P_4)$ . Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa matriks ketetanggaan graf korona  $src(Br_3 \odot P_4)$  berbentuk bujur sangkar dan simetris atau kongruen dengan elemen-elemen yang ditampilkan dalam output Tikz. Kesimpulan penelitian ini adalah bahwa perangkat lunak Tikz dapat membantu dalam menentukan bentuk matriks yang sesuai dari operasi korona graf berlian dengan graf lintasan yang mengandung bilangan koneksi pelangi kuat. Rekomendasi penelitian ini adalah mengembangkan penggunaan perangkat lunak Tikz dalam kasus-kasus teori graf lainnya yang lebih kompleks dan menarik.*

**Keywords:** operasi korona, bilangan koneksi pelangi kuat, *adjacency matrix*, Tikz

### PENDAHULUAN

Teori graf merupakan salah satu materi di bidang ilmu matematika dan informatika yang memiliki banyak aplikasi dan manfaat dalam berbagai bidang ilmu lainnya. Teori graf mempelajari tentang objek-objek matematis (graf), yang terdiri dari himpunan titik-titik yang disebut simpul dan himpunan pasangan titik-titik yang disebut sisi. Graf dapat digunakan untuk merepresentasikan berbagai macam struktur data, hubungan, jaringan, algoritma, dan masalah-masalah optimisasi.

Salah satu topik dalam teori graf yang menarik untuk dikaji adalah *adjacency matrix* dan pewarnaan graf. *Adjacency matrix* atau matriks ketetanggaan adalah suatu matriks bujur sangkar atau matriks persegi yang digunakan untuk mengetahui ketetanggaan antara setiap simpul dalam suatu graf. *Adjacency matrix* dapat digunakan untuk menghitung jumlah lintasan, derajat simpul, koefisien klustering, dan sifat-sifat lainnya dari suatu graf. *Adjacency matrix* juga sering ditemukan di mata kuliah lain seperti aljabar linear dan matematika ekonomi.

Pewarnaan graf adalah suatu pemberian warna pada simpul atau sisi dari suatu graf sedemikian rupa sehingga tidak ada dua simpul atau sisi yang berwarna sama yang bertetangga. Pewarnaan graf dapat digunakan untuk memodelkan berbagai macam masalah praktis seperti penjadwalan, alokasi sumber daya, pemetaan, kriptografi, dan sebagainya. Pewarnaan graf juga berkaitan dengan beberapa konsep penting dalam

teori graf seperti bilangan kromatik, bilangan keterhubungan pelangi, dan bilangan keterhubungan pelangi kuat.

Bilangan kromatik dari suatu graf adalah jumlah warna minimum yang dibutuhkan untuk memberi pewarnaan pada simpul-simpul graf tersebut. Bilangan keterhubungan pelangi dari suatu graf adalah jumlah warna minimum yang dibutuhkan untuk memberi pewarnaan pada sisi-sisi graf tersebut sedemikian rupa sehingga setiap pasang simpul dapat dihubungkan oleh suatu lintasan pelangi, yaitu suatu lintasan yang setiap sisinya berwarna berbeda. Bilangan keterhubungan pelangi kuat dari suatu graf adalah jumlah warna minimum yang dibutuhkan untuk memberi pewarnaan pada sisi-sisi graf tersebut sedemikian rupa sehingga setiap pasang simpul dapat dihubungkan oleh semua lintasan pelangi yang ada antara mereka.

Peneliti pada penelitian ini tertarik untuk mengkaji *adjacency matrix* dan pewarnaan graf dari suatu operasi dari dua buah graf yang terhubung namun tidak memiliki arah di setiap sisinya. Operasi tersebut adalah operasi korona, yang merupakan operasi penggabungan dua buah graf dengan cara menghubungkan setiap simpul dari graf pertama dengan setiap simpul dari graf kedua. Graf-graf yang akan digunakan dalam operasi korona ini adalah graf berlian dan graf lintasan.

Graf berlian adalah suatu graf tak berarah dengan empat simpul dan lima sisi, sedangkan graf lintasan adalah suatu graf tak berarah dengan  $n$  simpul dan  $n-1$  sisi yang membentuk suatu lintasan tunggal. Graf-graf ini memiliki sifat-sifat menarik dalam konteks *adjacency matrix* dan pewarnaan graf. Misalnya, *adjacency matrix* dari graf berlian adalah matriks simetri dengan elemen diagonal nol dan elemen non-diagonal satu, sedangkan *adjacency matrix* dari graf lintasan adalah matriks tridiagonal dengan elemen diagonal nol dan elemen subdiagonal dan superdiagonal satu. Pewarnaan simpul dari graf berlian membutuhkan tiga warna, sedangkan pewarnaan simpul dari graf lintasan membutuhkan dua warna jika  $n$  genap dan tiga warna jika  $n$  ganjil. Pewarnaan sisi dari graf berlian dan graf lintasan membutuhkan dua warna.

Peneliti ingin mengetahui bagaimana *adjacency matrix* dan pewarnaan graf dari operasi korona dari graf berlian dengan graf lintasan, yang dinotasikan dengan  $Br_3 \odot P_4$ . Peneliti juga ingin mengetahui bilangan keterhubungan pelangi kuat dari operasi korona tersebut, yang dinotasikan dengan  $src(Br_3 \odot P_4)$ . Peneliti berasumsi bahwa kedua graf tersebut sudah diberikan pewarnaan pada sisi-sisinya, meskipun pewarnaan tersebut tidak memiliki peran penting dalam proses pencarian *adjacency matrix*. Peneliti ingin menentukan apakah hasil operasi korona dari  $Br_3 \odot P_4$  tersebut berupa matriks simetri, matriks skew simetri, atau matriks non simetri. Peneliti juga ingin menentukan apakah  $src(Br_3 \odot P_4)$  sama dengan dua, yaitu jumlah warna minimum yang dibutuhkan untuk memberi pewarnaan sisi pada kedua graf tersebut.

Alat bantu yang dibutuhkan peneliti dalam melakukan penelitian ini yaitu software pengolah dokumen *Latex* berupa *Tikz* untuk menggambar graf-graf yang terlibat dalam operasi korona dan untuk mencari *adjacency matrix* dan pewarnaan graf dari operasi korona tersebut. *Tikz* adalah suatu paket *Latex* yang dapat digunakan untuk membuat gambar-gambar vektor dengan menggunakan bahasa pemrograman khusus. *Tikz* dapat digunakan untuk menggambar berbagai macam objek matematis, termasuk graf, dengan mudah dan akurat. *Tikz* juga dapat digunakan untuk memberi

warna pada simpul atau sisi dari suatu graf dengan menggunakan perintah-perintah tertentu.

Penelitian terkait *adjacency matrix* dan pewarnaan graf sebelumnya sudah banyak dilakukan oleh beberapa peneliti terdahulu dalam bentuk graf yang berbeda dan dalam bentuk matriks yang berbeda serta dalam bentuk aplikasi/*software* yang berbeda. Salah satunya adalah penelitian terkait bilangan keterhubungan pelangi dan bilangan keterhubungan pelangi kuat dari graf berlian yang dikemukakan oleh Shulhany dan Salman (2015). Mereka menunjukkan bahwa  $rc(Br_n) = 2$  dan  $src(Br_n) = 2$  untuk setiap  $n \geq 3$ , di mana  $rc(Br_n)$  adalah bilangan keterhubungan pelangi dari graf berlian dengan  $n$  simpul. Selain itu, mereka juga memberikan algoritma untuk mencari lintasan pelangi antara dua simpul mana pun dalam graf berlian.

Selain Shulhany dan Salman, masih ada peneliti lain yang juga mengemukakan terkait pewarnaan graf berlian dan pelabelan graf berlian dengan konteks yang sedikit berbeda. Misalnya, Riezsa (2017) mengkaji tentang pelabelan harmonik dari graf berlian, yaitu suatu pemberian label pada simpul-simpul graf sedemikian rupa sehingga jumlah label dua simpul bertetangga sama dengan label sisi yang menghubungkan mereka. Akadji et al. (2019) mengkaji tentang pelabelan super ajaib dari graf berlian, yaitu suatu pemberian label pada simpul-simpul dan sisi-sisi graf sedemikian rupa sehingga jumlah label semua simpul atau semua sisi sama dengan suatu konstanta tertentu. Sulistiyono et al. (2020) mengkaji tentang pelabelan super prima dari graf berlian, yaitu suatu pemberian label pada simpul-simpul dan sisi-sisi graf sedemikian rupa sehingga jumlah label dua simpul bertetangga adalah bilangan prima.

Begitu pula, penelitian terkait graf lintasan pernah dikemukakan oleh beberapa peneliti sebelumnya dalam bentuk pencarian pewarnaan graf maupun pelabelan graf (Yulia, 2015). Misalnya, Maulani et al. (2020) mengkaji tentang pelabelan harmonik dari graf lintasan, yaitu suatu pelabelan busur dari graf lintasan sehingga jumlah label dari dua busur bertetangga sama dengan jumlah label dari dua busur yang tidak bertetangga. Pelabelan harmonik dari graf lintasan memiliki beberapa sifat dan aplikasi yang menarik, misalnya dalam bidang kriptografi dan teori koding.

## **METODE**

Penelitian ini merupakan penelitian kualitatif deskriptif yang bertujuan untuk menentukan bentuk matriks yang tepat dari graf korona  $Br_3 \odot P_4$  yang memuat bilangan keterhubungan pelangi kuat dengan bantuan *software Tikz*. Penelitian ini dilakukan dengan cara *trial and error* serta mengandalkan studi literatur dari berbagai sumber seperti buku digital, situs web, artikel ilmiah, dan sebagainya. Penelitian ini juga memerlukan pemahaman tentang konsep *adjacency matrix* dan pewarnaan graf termasuk sifat-sifatnya dan contohnya sebelum mengaplikasikan dengan *Tikz*.

Tahapan penelitian yang dilakukan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Penentuan visualisasi dari graf korona  $Br_3 \odot P_4$ . Pada tahap ini, peneliti membuat gambar dari graf berlian  $Br_3$  dan graf lintasan  $P_4$  dengan menggunakan *software Tikz*. Kemudian, peneliti menggabungkan kedua graf

## Pengenalan *TikZ* dari Graf $Br_3 \odot P_4$

- tersebut dengan operasi korona untuk mendapatkan graf korona  $Br_3 \odot P_4$ . Peneliti juga memberikan warna yang berbeda pada setiap sisi dari graf korona  $Br_3 \odot P_4$  untuk menunjukkan bilangan keterhubungan pelangi kuat.
2. Penentuan bilangan keterhubungan pelangi kuat (src) dari graf korona  $Br_3 \odot P_4$ . Pada tahap ini, peneliti menghitung jumlah minimum warna yang dibutuhkan untuk memberi warna pada sisi-sisi dari graf korona  $Br_3 \odot P_4$  sehingga setiap pasangan simpul terhubung oleh setidaknya satu jalur pelangi kuat. Peneliti juga menunjukkan contoh jalur pelangi kuat dari setiap pasangan simpul pada graf korona  $Br_3 \odot P_4$ .
  3. Penentuan *adjacency matrix* dari graf korona  $Br_3 \odot P_4$ . Pada tahap ini, peneliti membuat matriks bujur sangkar yang merepresentasikan graf korona  $Br_3 \odot P_4$  dengan menggunakan software *Tikz*. Elemen-elemen dari matriks menunjukkan apakah ada sisi yang menghubungkan dua simpul tertentu atau tidak. Peneliti juga memberikan label pada setiap simpul dan sisi dari graf korona  $Br_3 \odot P_4$  untuk memudahkan pembacaan matriks.
  4. Pengolahan bentuk matriks dari graf korona  $Br_3 \odot P_4$ . Pada tahap ini, peneliti melakukan operasi-operasi matriks seperti penjumlahan, perkalian, transpose, dan invers untuk mendapatkan bentuk matriks yang lebih sederhana dan mudah dianalisis dari graf korona  $Br_3 \odot P_4$ . Peneliti juga menggunakan software *Tikz* untuk menampilkan hasil operasi-operasi matriks tersebut.
  5. Penentuan kriteria simetri atau non simetri dari graf korona  $Br_3 \odot P_4$ . Pada tahap ini, peneliti membandingkan matriks asli dan matriks hasil operasi-operasi matriks sebelumnya untuk menentukan apakah graf korona  $Br_3 \odot P_4$  berupa matriks simetri, skew simetri, atau non simetri. Peneliti juga memberikan definisi dan contoh dari masing-masing jenis matriks tersebut.
  6. Pemberian kesimpulan dari bentuk umum dari graf korona  $Br_3 \odot P_4$ . Pada tahap ini, peneliti menyimpulkan hasil-hasil yang diperoleh dari tahapan-tahapan sebelumnya dan memberikan bentuk umum dari graf korona  $Br_3 \odot P_4$  yang memuat bilangan keterhubungan pelangi kuat dengan bantuan software *Tikz*.

Teknik pengumpulan data yang digunakan dalam penelitian ini adalah studi literatur dan observasi. Studi literatur dilakukan dengan mengumpulkan dan mempelajari berbagai sumber yang berkaitan dengan konsep *adjacency matrix*, pewarnaan graf, bilangan keterhubungan pelangi kuat, operasi korona, dan software *Tikz*. Observasi dilakukan dengan mengamati dan mencatat hasil-hasil yang diperoleh dari software *Tikz* dalam melakukan visualisasi dan perhitungan matriks dari graf korona  $Br_3 \odot P_4$ .

Teknik analisis data yang digunakan dalam penelitian ini adalah analisis deskriptif kualitatif. Analisis deskriptif kualitatif dilakukan dengan menguraikan dan menjelaskan hasil-hasil yang diperoleh dari software *Tikz* dalam bentuk narasi, tabel, gambar, dan rumus matematis. Analisis deskriptif kualitatif juga dilakukan dengan membandingkan dan menyimpulkan hasil-hasil yang diperoleh dari software *Tikz* dengan hasil-hasil yang ada pada studi literatur yang relevan.

## HASIL DAN PEMBAHASAN

Bagian ini membahas tentang *adjacency matrix* dari billangan keterhubungan pelangi kuat graf korona  $Br_3 \odot P_4$  dengan menggunakan *software* pengolah dokumen Latex yaitu *Tikz* dimana *Tikz* ini merupakan aplikasi yang masih jarang sekali dimanfaatkan peneliti lain dalam mencari pewarnaan graf dan bentuk *adjacency matrix* dari beberapa kasus terkait teori graf dan aljabar linear. Hal yang perlu peneliti lakukan terlebih dahulu yaitu memberikan bentuk umum dari  $src(Br_n \odot P_m)$  beserta visualisasi gambar dan tahapan cara memperolehnya sebelum membahas *adjacency matrix* berbantuan *Tikz*. Bentuk umum dari  $src(Br_n \odot P_m)$  dinotasikan dengan  $src(Br_n \odot P_m) = src(Br_n) + \left(\left\lfloor \frac{u}{3} \right\rfloor \cdot (m+1)\right)$ , untuk  $m \geq 2, n = 3, u \geq 2$ .

Tahapan dari pembuktian  $src(Br_n \odot P_m)$  terdiri dari 30 simpul dan 52 sisi dapat dilihat disini. Beberapa tahapan dari pembuktian disini lebih simple dibandingkan menunjukkan  $src(Br_n \odot P_m)$  dikarenakan mengambil bentuk kecil dari bentuk umum graf  $src(Br_n \odot P_m)$  yang dikembangkan oleh peneliti menjadi kasus unik dan belum pernah diteliti oleh peneliti lain yaitu mengembangkan kasus tersebut untuk mencari matriks ketetanggaan atau *adjacency matrix* berbantuan *software* pengolah dokumen Latex yang dikenal dengan sebutan *Tikz*. Bahasa pemrograman yang dibuat dalam *Tikz* tersebut perlu mengambil beberapa tahapan dari bentuk umum  $src(Br_n \odot P_m)$  yang terdiri dari beberapa tahap.

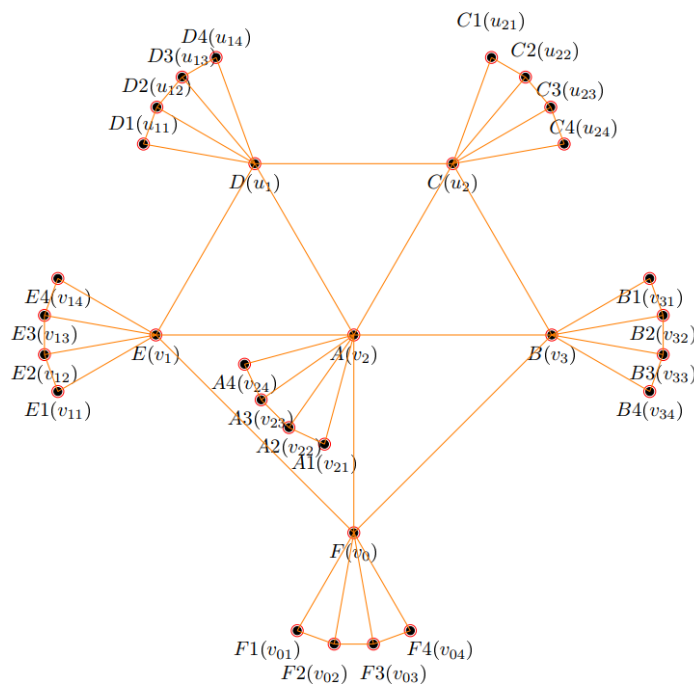
Tahapan pertama, peneliti menjelaskan bahwa graf  $Br_3$  disini berupa graf berlian yang terdiri dari 10 simpul merupakan bagian kecil dari graf  $Br_n$ . Begitu pula, peneliti menjelaskan bahwa graf  $P_4$  berupa graf lintasan yang terdiri dari 4 simpul dan dihubungkan ke setiap simpul pada graf berlian  $Br_3$  sehingga membentuk struktur graf  $src(Br_3 \odot P_4)$  yang menjadi bagian dari bentuk umum graf  $src(Br_n \odot P_m)$ . Tahap pembuktian kedua, peneliti dalam penelitian sebelumnya telah menunjukkan dengan kontradiksi bahwa setiap  $viPi^*$  atau  $uiPi^*$  pada graf  $Br_3 \odot P_4$  yang memiliki  $n$  warna berbeda. Tahap pembuktian ketiga, penelitian ini berhasil menunjukkan bahwa untuk kasus khusus  $src(Br_3 \odot P_4)$  berlaku  $src(Br_n \odot P_m) \geq src(Br_n) + \left(\left\lfloor \frac{u}{3} \right\rfloor \cdot (m+1)\right)$ , dengan  $m \geq 2, n = 3, u \geq 2$ . Tahap keempat, penelitian ini berhasil menunjukkan bahwa untuk  $src(Br_3 \odot P_4)$  berlaku  $src(Br_n \odot P_m) \leq src(Br_n) + \left(\left\lfloor \frac{u}{3} \right\rfloor \cdot (m+1)\right)$ , dengan  $m \geq 2, n = 3, u \geq 2$ . Tahap keempat ini peneliti harus menunjukkan 4 kemungkinan kasus guna menunjukkan dengan jelas bahwa struktur graf korona  $src(Br_n \odot P_m)$  terbentuk dari graf berlian yang masing-masing pusatnya  $\{v_0, v_1, \dots, v_n, u_1, \dots, u_n\}$  saling terhubung dengan graf lintasan yang lain lalu menghasilkan beberapa lintasan berisikan bilangan keterhubungan pelangi kuat juga berlaku untuk kasus khusus  $src(Br_3 \odot P_4)$ .

Keempat kemungkinan pada tahap keempat dapat dijabarkan ke dalam beberapa kasus. Kasus pertama, peneliti menunjukkan adanya lintasan geodesik dari graf berlian  $Br_n$  maupun graf berlian  $Br_3$  yang telah dikenakan operasi korona dengan graf lintasan dengan mengambil dua buah sembarang simpul secara random sehingga menghasilkan  $src(Br_3 \odot P_4)$ . Kasus kedua, peneliti menunjukkan adanya lintasan geodesik dari graf lintasan  $P_m$  maupun graf lintasan  $P_3$  yang telah dikenakan operasi korona dengan graf berlian dengan mengambil dua buah sembarang simpul secara random sehingga menghasilkan  $src(Br_3 \odot P_4)$ . Kasus ketiga, peneliti dapat mengambil dua buah sembarang simpul yang terdapat pada dua buah graf yang berbeda yakni satu buah simpul berasal dari graf berlian dan satu buah simpul berasal dari graf

## Pengenalan *TikZ* dari Graf $Br_3 \odot P_4$

lintasan guna menunjukkan bahwa setiap dua simpul yang diambil secara random dari dua graf yang berbeda namun tetap terhubung tersebut selalu dapat ditemukan lintasan geodesik yang menghasilkan bilangan keterhubungan pelangi kuat dari graf korona  $src(Br_n \odot P_m)$  maupun graf korona  $src(Br_3 \odot P_4)$  yang telah dikenakan operasi korona pada graf berlian dan graf lintasan tersebut. Terakhir, Kasus keempat, peneliti dapat mengambil dua buah sembarang simpul yang terdapat pada dua buah graf yang berbeda yakni satu buah simpul berasal dari graf lintasan dan satu buah simpul berasal dari graf berlian guna menunjukkan bahwa setiap dua simpul yang diambil secara random dari dua graf yang berbeda namun tetap terhubung tersebut selalu dapat ditemukan lintasan geodesik yang menghasilkan bilangan keterhubungan pelangi kuat dari graf korona  $src(Br_n \odot P_m)$  maupun graf korona  $src(Br_3 \odot P_4)$  yang telah dikenakan operasi korona pada graf lintasan dan graf berlian tersebut. Beberapa tahapan yang telah dijabarkan di atas memberikan gambaran umum bahwa semua hal yang pada  $src(Br_n \odot P_m)$  juga berlaku untuk  $src(Br_3 \odot P_4)$ . Hal ini kemudian dikembangkan oleh peneliti dengan menentukan *adjacency matrix* dari graf berlian korona graf lintasan menggunakan *TikZ* yang unik dikarenakan *TikZ* belum digunakan oleh peneliti lain dalam meneliti hal-hal terkait matematika khususnya graf dan aljabar linear. Salah satu penelitian terkait matematika dan aljabar linear yaitu tentang *adjacency matrix* atau matriks ketetanggaan.

*Adjacency matrix* pada suatu graf terhubung dapat berupa matriks simetri atau matriks skew simetri atau matriks non simetri. Berikut ini diberikan hasil penelitian terkait *adjacency matrix* pada bilangan keterhubungan pelangi kuat (*src*) dari graf korona  $Br_3 \odot P_4$ . *Adjacency matrix* dari graf korona  $src(Br_3 \odot P_4)$  yang dicari dengan menerapkan *TikZ* ternyata berbentuk simetri. *Adjacency matrix* dari graf korona  $src(Br_3 \odot P_4)$  diberikan dalam bentuk matriks bujur sangkar atau matriks persegi dengan diagonal utama elemennya bernilai nol dikarenakan tidak terdapat *loop* di setiap titik atau simpul dari graf korona  $src(Br_3 \odot P_4)$  tersebut. Lebih jelasnya, dapat dilihat pada Gambar 1 dan Gambar 2.



Gambar 1. Output *TikZ* dari graf korona  $src(Br_3 \odot P_4)$

	A	B	C	D	E	F	A1	A2	A3	A4	B1	B2	B3	B4	C1	C2	C3	C4	D1	D2	D3	D4	E1	E2	E3	E4	F1	F2	F3	F4
A	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
B	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
C	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
D	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
E	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0
F	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1
A1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A2	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A3	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A4	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
B1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
B2	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
B3	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
B4	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
C1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
C2	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
C3	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
C4	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
D1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
D2	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
D3	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
D4	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
E1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
E2	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0
E3	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0
E4	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
F1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
F2	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
F3	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
F4	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0

Gambar 2. Output *Tikz adjacency matrix* dari graf korona  $\text{src}(\text{Br}_3 \odot \text{P}_4)$

## SIMPULAN

Penelitian ini telah berhasil menentukan *adjacency matrix* dari graf korona  $\text{Br}_3 \odot \text{P}_4$  yang memuat bilangan keterhubungan pelangi kuat dengan bantuan software *Tikz*. Berdasarkan penelitian ini, diperoleh hasil-hasil sebagai berikut:

1. Graf korona  $\text{Br}_3 \odot \text{P}_4$  dapat divisualisasikan dengan *Tikz* dengan memberikan warna yang berbeda pada setiap sisi untuk menunjukkan bilangan keterhubungan pelangi kuat. Graf korona  $\text{Br}_3 \odot \text{P}_4$  memiliki 30 simpul dan 52 sisi dengan bilangan keterhubungan pelangi kuat sebesar 4.
2. *Adjacency matrix* dari graf korona  $\text{Br}_3 \odot \text{P}_4$  dapat dibuat dengan *Tikz* dengan memberikan label pada setiap simpul dan sisi. *Adjacency matrix* dari graf korona  $\text{Br}_3 \odot \text{P}_4$  adalah matriks bujur sangkar berukuran 30 x 30 yang memiliki elemen bernilai 1 jika ada sisi yang menghubungkan dua simpul yang bersesuaian dan bernilai 0 jika tidak ada.
3. Bentuk matriks dari graf korona  $\text{Br}_3 \odot \text{P}_4$  dapat disederhanakan dengan *Tikz* dengan melakukan operasi-operasi matriks seperti penjumlahan, perkalian, transpose, dan invers. Bentuk matriks yang lebih sederhana dan mudah dianalisis dari graf korona  $\text{Br}_3 \odot \text{P}_4$  adalah matriks diagonal yang memiliki elemen diagonal bernilai 0 dan elemen non-diagonal bernilai 0 atau 1.
4. Jenis simetri dari graf korona  $\text{Br}_3 \odot \text{P}_4$  dapat ditentukan dengan *Tikz* dengan membandingkan matriks asli dan matriks hasil operasi-operasi matriks. Graf korona  $\text{Br}_3 \odot \text{P}_4$  berupa matriks simetri atau setangkup, yaitu matriks yang sama

dengan transpose-nya. Matriks simetri memiliki sifat-sifat seperti simetris terhadap diagonal utama, memiliki nilai eigenvalue real, dan dapat diagonalisasi.

## REFERENSI

- Akadji, A. F., Taha, D., Lakisa, N., dan Yahya, N. I. (2019). Bilangan Terhubung Titik Pelangi Pada Amalgamasi Graf Berlian. *Euler: Jurnal Ilmiah Matematika, Sains Dan Teknologi*, 7(2), 56–61. <https://doi.org/10.34312/euler.v7i2.10345>
- Maulani, A., Pradini, S., Setyorini, D., dan Sugeng, K. A. (2020). Rainbow connection number of  $C_m \circ P_n$  and  $C_m \circ C_n$ . *Indonesian Journal of Combinatorics*, 3(2), 95. <https://doi.org/10.19184/ijc.2019.3.2.3>
- Riezsa, D. S. (2017). Penentuan Rainbow Connection Number dan Strong Rainbow Connection Number pada Graf Berlian. *Jurnal Matematika UNAND*, 6(3), 93. <https://doi.org/10.25077/jmu.6.3.93-99.2017>
- Shulhany, M. A., dan Salman, A. N. M. (2015). Bilangan Terhubung Pelangi Graf Berlian. *Prosiding Seminar Nasional Matematika Dan Pendidikan Matematika UMS*, 916–923.
- Sulistiyono, B., Slamini, Dafik, Agustin, I. H., dan Alfarisi, R. (2020). On rainbow antimagic coloring of some graphs. *Journal of Physics: Conference Series*, 1465(1). <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1465/1/012029>
- Yulia, A. H. (2015). *Kajian pewarnaan titik pada operasi graf lintasan, graf lingkaran dan graf bintang*.