

KEMAMPUAN REPRESENTASI MATEMATIS DAN KEMAMPUAN PEMBUKTIAN MATEMATIKA

Fatrima Santri Syafri

Fakultas Tarbiyah Dan Tadris IAIN Bengkulu

Email : kimarakim21@gmail.com

Abstrak

In mathematics, there are some mathematical ability to be possessed by learners and educators. Among them is a mathematical representation capability and the ability of mathematical proofs. Where the ability of the mathematical representation is a mathematical abilities with the disclosure of mathematical ideas (problems, statements, definitions, etc.) in various ways. In mathematics, a proof is a series of logical arguments that explain the truth of a statement. While the method of proof is developed aiming to improve the ability to understand the evidence, and do (proving) a mathematical statement.

Keywords: *ability, representation, proving, mathematically*

1. PENDAHULUAN

Pembelajaran matematika mempunyai tujuan tentang kemampuan yang harus dimiliki oleh peserta didiknya. Kemampuan tersebut lebih dikenal dengan kemampuan matematis. Apa itu kemampuan matematis? Pertanyaan tersebut telah dijawab oleh NCTM (2000) yang mengemukakan tentang kemampuan matematis, yaitu sebagai berikut: Kemampuan matematis adalah kemampuan untuk menghadapi permasalahan, baik dalam matematika maupun kehidupan nyata.

Kemampuan matematis terdiri dari : Penalaran matematis, komunikasi matematis, pemecahan masalah matematis, pemahaman konsep, pemahaman matematis, berpikir kreatif dan berpikir kritis.

Sejalan dengan pendapat tersebut, NCTM (2000) mengemukakan tentang standar proses pembelajaran matematika, yaitu: pertama, pemecahan masalah matematika (*mathematical problem solving*); kedua, penalaran dan pembuktian matematika (*mathematical reasoning and proof*); ketiga, komunikasi matematika

Open Access

Received 8 November 2016, Published 30 Januari 2017



Ciptaan disebarluaskan di bawah [Lisensi Creative Commons Atribusi-BerbagiSerupa 4.0 Internasional](https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/).

Diterbitkan Oleh: <http://ejournal.stkipmpringsewu-lpg.ac.id/index.php/edumath>

Edumath : Jurnal Pendidikan Matematika

(*mathematical communication*); keempat, koneksi matematis (*mathematical connections*); dan kelima, representasi matematis (*mathematics representation*).

Maka dalam tulisan ini akan membahas beberapa hal tentang standar proses pembelajaran matematika, yang lebih dikhususkan pada kemampuan representasi matematis dan kemampuan pembuktian matematika. Sebagai kemampuan yang juga penting dimiliki oleh peserta didik dan seorang pendidik.

2. PEMBAHASAN

Kemampuan Representasi Matematis

NCTM menetapkan lima standar proses yang harus dimiliki siswa, yaitu pemecahan masalah, penalaran, komunikasi, koneksi, dan representasi. Representasi merupakan salah satu dari lima standar proses yang tercakup dalam NCTM. Kelima standar proses tersebut tidak bisa dipisahkan dari pembelajaran matematika, karena kelimanya saling terkait satu sama lain dalam proses belajar dan mengajar matematika. Standar representasi menekankan pada penggunaan simbol, bagan, grafik dan tabel dalam menghubungkan dan mengekspresikan ide-ide matematika. Penggunaan hal-hal tersebut harus dipahami siswa sebagai cara untuk mengkomunikasikan ide-ide

matematika kepada orang lain. (Walle, 2010 : 4). Hal tersebut menunjukkan bahwa representasi merupakan salah satu standar kemampuan yang harus ada dalam pembelajaran matematika. Standar kemampuan representasi matematis yang ditetapkan NCTM adalah sebagai berikut:

Create and use representations to organize, record, and communicate mathematical ideas, Select, apply and translate among mathematical representations to solve problems, Use representations to model and interpret physical, social, and mathematical phenomena.
(Walle, 2010 : 4)

Menurut NCTM (2000), standar kemampuan representasi yang pertama yaitu membuat dan menggunakan representasi untuk mengorganisasikan, mencatat, dan mengkomunikasikan ide-ide matematika. Standar kedua yaitu memilih, menggunakan dan menerjemahkan antar representasi untuk menyelesaikan masalah, dan standar yang ketiga yaitu menggunakan representasi untuk membuat model dan menginterpretasi fenomena matematis, fisik, dan sosial.

Menurut Goldin (2002), representasi merupakan suatu konfigurasi yang bisa merepresentasikan sesuatu yang lain dalam beberapa cara. Misalnya saja suatu kata bisa merepresentasikan objek kehidupan nyata, sebuah angka bisa

merepresentasikan ukuran berat badan seseorang, atau angka yang sama bisa merepresentasikan posisi pada garis bilangan.

Menurut Vegnaud (dalam Goldin : 2002), representasi merupakan elemen yang sangat penting dalam teori pengajaran dan pembelajaran matematika, tidak hanya karena penggunaan dari sistem-sistem simbolik yang sangat penting dalam matematik, sintaks dan semantik yang kaya, bervariasi, dan universal, tetapi juga untuk dua alasan epistimologi yang kuat yaitu:

matematika memainkan bagian yang esensial dalam mengkonseptualisasikan dunia nyata; Matematika memberikan kegunaan yang sangat luas dari homomorfisma dimana reduksi struktur satu sama lain merupakan hal yang esensial.

Representasi merupakan hal yang tidak bisa dipisahkan dalam pembelajaran matematika. Meskipun tidak tercantum secara tersurat dalam tujuan pembelajaran matematika di Indonesia, namun secara tersirat pentingnya representasi tampak pada tujuan pemecahan masalah dan komunikasi matematika, karena untuk menyelesaikan masalah matematis, diperlukan kemampuan membuat model matematika dan menafsirkan solusinya yang merupakan indikator representasi.

Representasi merupakan suatu model atau bentuk yang digunakan untuk mewakili suatu situasi atau masalah agar dapat mempermudah pencarian solusi.

Sejalan dengan itu, Berner menyatakan bahwa keberhasilan pemecahan masalah bergantung kepada kemampuan merepresentasikan masalah termasuk membuat dan menggunakan representasi matematis berupa kata-kata, grafik, tabel, dan persamaan, penyelesaian, dan manipulasi simbol. (Dorit Meria dkk, 2004 : 409). Dari kedua pernyataan tersebut tampak bahwa representasi merupakan alat untuk memecahkan masalah.

Dari beberapa definisi di atas, dapat disimpulkan bahwa kemampuan representasi matematis merupakan suatu kemampuan matematika dengan pengungkapan ide-ide matematika (masalah, pernyataan, definisi, dan lain-lain) dalam berbagai cara.

Goldin dan Steinghold membedakan representasi menjadi dua bagian, yaitu representasi eksternal dan representasi internal. Kaput memaparkan bahwa representasi internal merupakan sistem representasi psikologis dari individu individu itu sendiri, seperti bahasa ibu yang digunakan, perbandingan visual dan spasial, dan seterusnya. (Goldin, 2002 : 210).

Pada dasarnya, representasi internal tidak dapat dilihat secara kasat mata, hanya bisa dipertanyakan pada individu-individu yang bersangkutan. Representasi eksternal merupakan representasi fisik dalam bentuk bahasa lisan, bahasa tertulis, simbol, gambar, atau objek fisik. (Kartini, 2009 :364)

Irene T. Miura (2001) membagi representasi menjadi dua macam, yaitu (1) representasi instruksional (yang bersifat pelajaran), seperti definisi, contoh, dan model, yang digunakan guru untuk menanamkan pengetahuan kepada siswa; (2) representasi kognitif yang dibangun oleh siswa itu sendiri sambil mereka mencoba membuat konsep matematika dapat dimengerti atau mencoba untuk menemukan solusi dari suatu masalah.

Lesh Post dan Behr membagi representasi menjadi lima bagian, yaitu representasi objek dunia nyata, representasi konkret, representasi simbol aritmetika, representasi bahasa lisan atau verbal dan representasi gambar atau grafik (Kartini, 2009 :36).

Jika diperhatikan lebih lanjut, kelima representasi tersebut merupakan perluasan dari teori Brunner, dimana representasi dunia nyata dan representasi konkret termasuk dalam kategori enaktif, representasi gambar dan grafik termasuk

dalam kategori ikonik, dan representasi bahasa lisan atau verbal serta representasi simbol termasuk dalam kategori simbolik.

Alex Friedlander dan Michal Tabach membagi representasi menjadi empat macam, yaitu representasi verbal, representasi numerik, representasi grafik dan representasi aljabar. (Alex dkk, 2001 : 173).

Berdasarkan beberapa pendapat di atas, maka indikator-indikator representasi matematis adalah: Representasi berupa gambar meliputi: Membuat gambar bangun geometri untuk memperjelas masalah dan memfasilitasi penyelesaiannya; Representasi berupa ekspresi matematis meliputi: Membuat model matematis dari masalah yang diberikan; Menyelesaikan masalah dengan melibatkan ekspresi matematis. Representasi berupa teks tertulis meliputi: Menjawab soal dengan menggunakan teks tertulis.

Kemampuan Membuktikan Dalam matematika

Metode pembuktian dikembangkan bertujuan untuk meningkatkan kemampuan mahasiswa dalam memahami pembuktian, dan mengerjakan (membuktikan) suatu pernyataan matematik. Berbagai pendekatan dan metode telah dikembangkan, di antaranya

Tall (1991) menyarankan konsep bukti generik sebagai cara untuk meningkatkan pemahaman mahasiswa terhadap bukti suatu pernyataan. Bukti generik diberikan dalam level contoh yang menjelaskan konsep secara umum dengan memandang contoh khusus.

Hal ini tentu saja berbeda dengan pembuktian secara umum yang mensyaratkan abstraksi dengan level yang lebih tinggi. Kemudian, Leron (dalam Tall, 1991) mengajukan bukti terstruktur dengan sifat menggabungkan metode penyajian formal dan informal ke dalam suatu pembuktian. Tujuan utama dari bukti terstruktur ini bukan untuk meyakinkan, tetapi untuk membantu pembaca dalam meningkatkan pemahamannya terhadap gagasan di belakang bukti itu, dan bagaimanakah hubungannya dengan hasil-hasil matematika lainnya.

David Tall (1998) mengemukakan pendapat tentang pembuktian, ia mengemukakan bahwa :

I suggest that different forms of proof are appropriate in different contexts, dependent on the particular forms of representation available to the individual, and that these forms become available at different stages of cognitive development. For a young child, proof may be by way of a physical demonstration, long before sophisticated use of the verbal proofs of euclidean geometry can be introduced successfully to a subset of the school population. Later still,

formal proof from axioms involves even greater difficulties that make it appropriate for a few, but impenetrable to many.

Dari pendapat tersebut, dapat dinyatakan bahwa berbagai bentuk bukti sesuai dalam konteks yang berbeda, tergantung pada bentuk-bentuk tertentu dari representasi yang ada untuk setiap individu, dan bahwa bentuk-bentuk menjadi tersedia pada berbagai tahap perkembangan kognitif. Untuk anak muda, bukti mungkin dengan cara demonstrasi fisik, jauh sebelum penggunaan kecanggihan dari bukti lisan geometri euclidean dapat membimbing keberhasilan dari beberapa sekolah. Kemudian juga, bukti formal dari aksioma melibatkan kesulitan yang lebih besar untuk membuat beberapa kesesuaian, tetapi bisa melalui banyak cara.

Dalam matematika, pembuktian adalah serangkaian argumen logis yang menjelaskan kebenaran suatu pernyataan. Hal ini dinyatakan oleh Hanna dan Barbeau (VanSpronsen, 2008) pembuktian adalah penerapan sejumlah berhingga langkah-langkah logis dari apa yang diketahui (aksioma, prinsip-prinsip atau hasil yang telah dibuktikan sebelumnya) dan menerapkan prinsip-prinsip logika, untuk menciptakan argumen deduktif yang valid guna mencapai suatu kesimpulan

menggunakan aturan inferensi yang dapat diterima.

Karena itu pengkajian tentang pengajaran dan pembelajaran pembuktian adalah komponen kunci dalam peningkatan pembelajaran matematika secara menyeluruh. Ada beberapa alasan mengapa perlu diberikan pengajaran pembuktian yaitu: 1) bukti adalah bagian yang integral dalam matematika, 2) untuk verifikasi dan penemuan fakta, 3) untuk pengembangan kemampuan berpikir logis dan kritis siswa, dan 4) mempercepat dan meningkatkan pemahaman matematik siswa (Dickersen, 2008).

Pandangan terakhir mengenai perlunya pembuktian matematika diperkenalkan di sekolah direkomendasikan oleh NCTM (2000) bahwa pembuktian merupakan bagian dari kurikulum matematika di semua tingkatan. Bagian "*Reasoning dan Proof*" dalam dokumen NCTM ini dinyatakan bahwa siswa seharusnya dapat: mengenal penalaran dan pembuktian sebagai aspek-aspek fundamental matematika; membuat konjektur dan memeriksa kebenaran dari konjektur itu; mengembangkan dan mengevaluasi argumen dan pembuktian matematika; memilih dan menggunakan bermacam-macam jenis penalaran dan metode pembuktian.

Rekomendasi dari NCTM (2000) itu mengindikasikan bahwa pembuktian matematika merupakan salah satu aspek yang harus diperhatikan dalam pembelajaran matematika di sekolah. Sedikit atau banyaknya pengalaman siswa di dalam menyusun suatu pembuktian di sekolah menengah atas akan berdampak pada kemampuan membuktikan ketika mereka mengikuti kuliah di perguruan tinggi tingkat pertama, seperti yang dinyatakan oleh Moore (1994) bahwa salah satu alasan mengapa mahasiswa menemui kesulitan di dalam pembuktian adalah pengalaman mereka dalam mengkonstruksi bukti terbatas pada pembuktian geometri sekolah. Sejalan dengan itu, berdasarkan hasil studi yang dilakukan oleh Sabri (2003) terhadap konsep pembuktian matematika mahasiswa calon guru disarankan agar kurikulum sekolah menengah atas hendaknya mempersiapkan siswa lebih baik lagi dalam pembelajaran pembuktian matematika.

3. KESIMPULAN

Berdasarkan beberapa kajian yang telah disampaikan di atas, maka dapat disimpulkan beberapa hal sebagai berikut :

- a) Kemampuan representasi adalah suatu kemampuan matematika dengan pengungkapan ide-ide matematika

(masalah, pernyataan, definisi, dan lain-lain) dalam berbagai cara.

- b) Metode pembuktian dikembangkan bertujuan untuk meningkatkan kemampuan dalam memahami pembuktian, dan mengerjakan (membuktikan) suatu pernyataan matematika

4. DAFTAR PUSTAKA

- Alex Friedlander dan Michal Tabach, (2001). *Promoting Multiple Representations in Algebra*, dalam Albert A. Cuoco dan Frances R. Curcio, *The Roles of Representation in School Mathematics*,
- Dickerson, D. S. (2008). High School Mathematics Teachers' Understandings of the Purposes of Mathematical Proof, Disertasi pada Syracuse University: Tidak dipublikasikan.
- Goldin, A.G. (2002). *Representation in Mathematical Learning and Problem Solving*. Dalam English, L.D (Ed) *Handbook of International Research in Mathematics Education* (pp. 197-21). Mahwah NJ: Laurence Erlbaum.
- Irene T. Miura, (2001). *The Influence of Language on Mathematical Representations*, dalam Albert A. Cuoco dan Frances R. Curcio, *The Roles of Representation in School Mathematics*.
- Kartini, (2009). *Peranan Representasi Dalam Pembelajaran Matematika.*"Prosiding Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA UNRI .
- Meria, Dorit & Miriam Amit. (2004). *Students Preference of Non-Algebraic Representations in Mathematical Communication. Proceedings of the 28 Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*.
- Moore, R.C. (1994). *Making the transition to Formal Proof*. Educational Studies in Mathematics, 27: 249-266.
- NCTM. (2000). *Principles and Standars for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- Sabri, (2003), *Prospective Secondary School Teachers' Conceptions of Mathematical Proof in Indonesia*, Tesis, tidak diterbitkan, Universitas Curtin
- Tall, D. (1998). *The Cognitive Development of Proof: Is Mathematical Proof For All or Some ?* Conference of the University of Chicago School Mathematics Project.
- Tall, David (1991) *Adveced Mathematical Thinking*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers VanSpronsen, H. D. (2008). *Proof Processes of Novice Mathematics Proof Writers*. Disertasi pada The University of Montana Missoula
- Walle, John A Van de (2010). *Elementary and Middle School Mathematics: Teaching Developmentally Seventh Edition*. Boston: Pearson.