Jurnal e-DuMath, Volume 12 Number 1 (2026) pp. 140-146
ISSN Print : 2356-2102
ISSN Online : 2356-2099
DOI: https://doi.org/10.26638/

Visualisasi Graf Berarah Berbantuan Latex Sebagai Media Pemodelan Rantai Markov

Alfi Maulani [1)*]
[1)] **Universitas Pamulang**
***Corresponding author, e-mail: dosen02330@unpam.ac.id**

Abstract

Penelitian ini bertujuan untuk mengkaji efektivitas visualisasi graf terhubung berarah berbantuan LaTeX dalam memodelkan Rantai Markov pada pembelajaran statistika dasar sebagai upaya untuk mengurangi tingkat keabstrakan proses stokastik. Metode penelitian yang digunakan adalah deskriptif kualitatif dengan tahapan meliputi analisis matriks transisi, pemodelan probabilistik Rantai Markov, penyusunan kode LaTeX, visualisasi graf berarah, serta interpretasi konseptual terhadap hasil visualisasi. Hasil penelitian menunjukkan bahwa pemanfaatan LaTeX mampu menyajikan model Rantai Markov secara presisi, sistematis, dan konsisten, sementara visualisasi graf berarah membantu peserta didik memahami arah transisi, keterhubungan antar state, serta dinamika sistem stokastik secara lebih konkret. Dengan demikian, integrasi LaTeX dan graf berarah terbukti efektif sebagai media visualisasi ilmiah dalam mendukung pemahaman konseptual pemodelan Rantai Markov pada pembelajaran statistika dasar.

Kata Kunci: *LATEX*, graf berarah, model rantai markov, visualisasi matematis

PENDAHULUAN

Matematika memiliki peran fundamental dalam berbagai bidang ilmu, teknologi, dan kehidupan sehari-hari (Maulani dkk, 2023). Namun, dalam pembelajaran statistika dasar yang menekankan pada pemodelan proses stokastik, peserta didik masih mengalami kesulitan dalam memahami keterkaitan antar kejadian yang bersifat acak dan dinamis akibat tingkat keabstrakannya yang tinggi. Salah satu materi yang paling representatif terhadap permasalahan tersebut adalah Rantai Markov, karena menuntut kemampuan peserta didik dalam memodelkan hubungan antar state serta peluang transisi secara konseptual dan sistematis. Oleh karena itu, diperlukan pendekatan pembelajaran yang tidak hanya bersifat analitis, tetapi juga mampu menghadirkan visualisasi model Rantai Markov menggunakan LaTeX dalam bentuk graf terhubung, sehingga struktur transisi antar state dapat dipahami secara lebih konkret, logis, dan intuitif.

Sejalan dengan kebutuhan akan pendekatan yang mampu mengonkretkan pemodelan Rantai Markov, salah satu strategi yang relevan adalah pemanfaatan visualisasi graf terhubung sebagai media representasi konseptual. Dalam representasi ini, setiap state dinyatakan sebagai simpul, sedangkan hubungan transisi antar state direpresentasikan sebagai sisi, sehingga pola pergerakan peluang dapat diamati secara langsung dan sistematis. Representasi graf dalam Rantai Markov terbukti efektif dalam menjelaskan struktur ketergantungan antar state dan dinamika transisi

dalam sistem stokastik (Brémaud, 2020; Soliman & El-Seoud, 2021). Penyajian visualisasi ini dikembangkan dengan bantuan LaTeX agar struktur graf, notasi peluang transisi, serta model matematika dapat ditampilkan secara presisi, konsisten, dan komunikatif (Mittelbach et al., 2020; Tantau, 2023; Vandenbroucke et al., 2020; Kottwitz, 2021).

Landasan teoretis visualisasi graf terhubung dalam penelitian ini bertumpu pada konsep pemodelan Rantai Markov sebagai representasi dinamika sistem stokastik berbasis state. Dalam konteks ini, graf terhubung digunakan sebagai alat pemodelan visual untuk merepresentasikan keterkaitan antar state secara struktural, sehingga peserta didik dapat mengamati pola perpindahan keadaan secara lebih intuitif tanpa melibatkan kompleksitas perhitungan peluang secara langsung. Secara konseptual, pemodelan berbasis visual terbukti memberikan penguatan terhadap pemahaman struktur transisi dan perilaku sistem acak (Chen, 2021; Vandenbroucke et al., 2020), sementara penguatan aspek pemodelan keputusan dan prediksi sistem berbasis Rantai Markov ditunjukkan melalui pendekatan Soliman dan El-Seoud (2021) serta kerangka stokastik formal dari Brémaud (2020).

Berdasarkan keterkaitan antara kebutuhan pemodelan konseptual Rantai Markov, visualisasi graf terhubung, serta peran LaTeX sebagai media representasi formal yang presisi, penelitian ini diarahkan untuk mengkaji efektivitas pemanfaatan visualisasi graf terhubung berbantuan LaTeX dalam mendukung pemahaman konsep pemodelan Rantai Markov pada pembelajaran statistika dasar (Maulani dkk, 2023). Melalui pendekatan ini, visualisasi tidak hanya berfungsi sebagai alat bantu tampilan, tetapi sebagai sarana utama dalam menstrukturkan hubungan antar *state* secara sistematis dan mudah ditafsirkan. Dengan demikian, penelitian ini diharapkan dapat memberikan kontribusi nyata dalam pengembangan pembelajaran statistika berbasis pemodelan visual yang terintegrasi dengan LaTeX, sekaligus membantu mengurangi tingkat keabstrakan materi Rantai Markov yang selama ini menjadi kendala bagi peserta didik.

METODE

Penelitian ini menggunakan pendekatan deskriptif kualitatif yang didukung oleh analisis pemodelan matematis, dengan tujuan untuk mendeskripsikan secara sistematis proses pemodelan Rantai Markov melalui visualisasi graf terhubung berarah berbantuan LaTeX dalam pembelajaran statistika dasar. Objek penelitian berupa matriks transisi proses stokastik yang merepresentasikan dinamika perpindahan antar state. Matriks ini digunakan sebagai dasar untuk membangun model visual graf terhubung berarah sehingga hubungan antar state dapat ditampilkan secara terstruktur, presisi, dan mudah ditafsirkan.

Prosedur penelitian diawali dengan mengamati dan menelaah bentuk matriks proses stokastik, kemudian mencatat jumlah simpul (*state*) dan proses transisi yang terkandung di dalamnya sebagai fondasi pembentukan struktur graf. Selanjutnya, matriks transisi dianalisis melalui pemodelan probabilistik Rantai Markov untuk memahami keterkaitan antar state dan arah perpindahannya dalam sistem. Hasil pemodelan tersebut kemudian dituangkan ke dalam kode LaTeX yang paling sesuai agar struktur hubungan antar *state* dapat divisualisasikan secara formal dan sistematis.

Tahap berikutnya adalah mengonversi hasil pengodean LaTeX menjadi visualisasi graf terhubung berarah yang merepresentasikan dinamika perpindahan

antar *state* dalam bentuk visual. Visualisasi ini selanjutnya dianalisis melalui interpretasi konseptual terhadap pola transisi dan keteraturan sistem yang terbentuk dalam model Rantai Markov. Proses interpretasi dilakukan untuk menelaah bagaimana visualisasi berbantuan LaTeX mampu memperjelas makna pemodelan Rantai Markov serta mendukung pemahaman konseptual peserta didik dalam pembelajaran statistika dasar.

HASIL DAN PEMBAHASAN

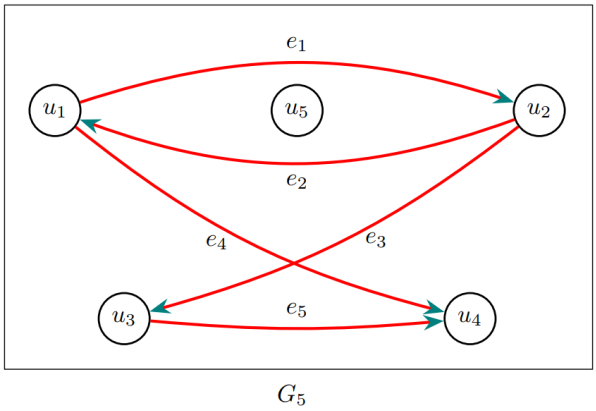
Hasil penelitian menunjukkan bahwa pemodelan Rantai Markov dalam bentuk graf terhubung berarah berbantuan LaTeX mampu menghadirkan representasi yang lebih sistematis, presisi, dan mudah ditafsirkan dibandingkan penyajian dalam bentuk matriks transisi semata. Melalui visualisasi ini, setiap state direpresentasikan sebagai simpul, sedangkan arah perpindahan antar state ditunjukkan melalui sisi berarah yang membentuk satu kesatuan struktur dinamis. Pola pergerakan dalam sistem tidak lagi dipahami sebagai kumpulan angka yang terpisah, tetapi sebagai jaringan hubungan yang saling terhubung secara logis. LaTeX berperan menjaga konsistensi notasi, simbol, dan tata letak visual, sehingga representasi model menjadi lebih rapi, akademik, dan komunikatif.

Proses visualisasi diawali dengan penyusunan *coding* LaTeX, sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 1, yang dikembangkan berdasarkan struktur matriks transisi proses stokastik. *Coding* ini menjadi dasar utama dalam membangun representasi graf terhubung berarah dari model Rantai Markov. Melalui LaTeX, hubungan antar state dapat disusun secara formal dan terstruktur dalam satu sistem yang konsisten, baik dari sisi notasi matematis maupun bentuk visual graf. Hal ini menunjukkan bahwa LaTeX berperan penting dalam mentransformasikan model yang semula abstrak menjadi representasi visual yang rapi dan siap dianalisis secara konseptual.

```
\documentclass[border =1mm]{standalone}
% gambar_2. tex
\usepackage{tikz}
\usetikzlibrary{arrows.meta}
\begin{document}
\begin{tikzpicture}
\node[anchor=north east] at (0,0){
\begin{minipage}{8.5cm}
\begin{tikzpicture}
\draw[thin] (-1, -1) rectangle (7.5 ,3.5) {};
\begin{scope}[every node/.style ={circle,thick,draw}]
\node (A) at (0 ,1.5) {$u _1$};
\node (B) at (6 ,3) {$u _2$};
\node (C) at (7 ,0) {$u _3$};
\end{scope}
\node[scale=1] at (3.5 , -1.1) {$G _3$};
\begin{scope}[>={ Stealth [teal]},
every node /.style ={fill =white,circle},
every edge/.style ={draw =red, very thick}]
\path [- >](A) edge [bend left =13] node [above =2 pt ]{$ e _1$}( B) ;
\path [ - >](B) edge [bend left =20] node [below =2 pt ]{$ e _2$}( A) ;
\path [ - >](A) edge [bend right =12] node [below =2 pt ]{$ e _4$}( C) ;
\path [ - >](C) edge [bend right =11] node [right =2 pt ]{$ e _3$}( B) ;
\end{scope}
\end{tikzpicture}
\end{minipage}};
\node[anchor=north west] at (0,0){
\begin{minipage}{3.5 cm}
\begin{tabular}{|c|c|}
\hline
{\sf Domain} & {\sf Kodomain}\\
\hline
$u _1$ & $u _2$\\
\hline
$u _1$ & $u _3$\\
\hline
$u _2$ & $u _1$\\
\hline
$u _3$ & $u _2$\\
\hline
\end {tabular}
\end {minipage}};
\end {tikzpicture}
\end {document}
```

Gambar 1. *Coding LATEX*

Hasil dari *coding* LaTeX pada Gambar 1 menghasilkan graf terhubung berarah tak sederhana tanpa loop, sebagaimana ditampilkan pada Gambar 2. Visualisasi ini memperlihatkan bahwa setiap *state* hanya memiliki kemungkinan berpindah ke state lain tanpa kembali ke dirinya sendiri dalam satu langkah transisi. Struktur ini membantu peserta didik memahami pola perpindahan antar *state* sebagai alur pergerakan yang saling terhubung. Dengan demikian, pemodelan Rantai Markov tidak lagi dipahami sebagai kumpulan nilai peluang dalam matriks, tetapi sebagai jaringan hubungan *state* yang dapat diamati secara langsung.



G_5

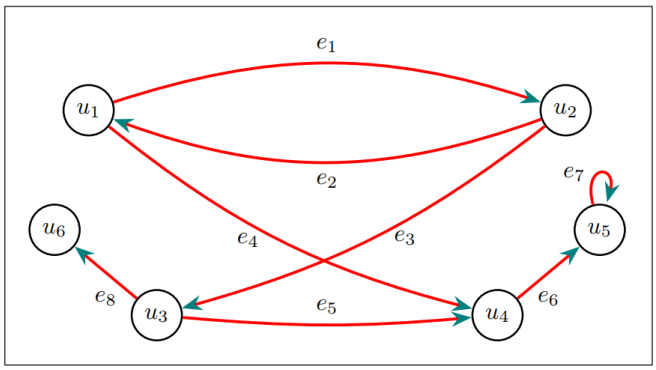
Domain	Kodomain
u_1	u_2
u_1	u_4
u_2	u_1
u_2	u_3
u_3	u_4

Gambar 2. Graf tak sederhana tanpa *loop* dengan beberapa *state* dan peluang transisi

Berbeda dengan Gambar 2, visualisasi pada Gambar 3 menampilkan graf terhubung berarah yang memuat *loop*, yang menandakan adanya kemungkinan suatu state mempertahankan dirinya sendiri dalam satu langkah transisi. Keberadaan *self-loop* ini memiliki peran penting dalam memperkuat pemahaman peserta didik terhadap karakteristik fundamental Rantai Markov, khususnya sifat *memoryless* atau ketaktergantungan terhadap sejarah proses, di mana keadaan pada waktu berikutnya sepenuhnya ditentukan oleh keadaan saat ini (Ross, 2014). Melalui representasi visual ini, peserta didik dapat secara konkret mengamati bahwa probabilitas transisi tidak selalu mengarah pada perpindahan state, tetapi juga dapat merepresentasikan peluang bertahan pada state yang sama.

Lebih lanjut, perbandingan antara graf tanpa *loop* dan graf dengan *loop* berfungsi sebagai *multiple representation contrast* yang membantu peserta didik membedakan variasi dinamika transisi dalam pemodelan Rantai Markov. Menurut Ainsworth (2006), kontras antar-representasi merupakan strategi efektif untuk menumbuhkan pemahaman relasional, karena peserta didik terdorong untuk mengidentifikasi perbedaan struktural sekaligus makna konseptual yang dikandung oleh setiap model. Dalam konteks ini, peserta didik menjadi lebih mampu mengenali bahwa tidak semua proses stokastik bersifat berpindah state secara deterministik, melainkan dapat melibatkan mekanisme *staying probability* yang signifikan.

Visualisasi graf dengan *loop* juga memfasilitasi pemahaman terhadap konsep *state persistence* dan *steady-state behavior*, yang sering kali sulit dipahami ketika hanya disajikan dalam bentuk matriks transisi (Meyer, 2018). Dengan menelusuri lintasan proses melalui graf, peserta didik dapat mengaitkan keberadaan *loop* dengan fenomena kestabilan jangka panjang, seperti kecenderungan sistem untuk tetap berada pada state tertentu dalam banyak langkah waktu. Temuan ini sejalan dengan pandangan Mayer (2020) yang menegaskan bahwa visualisasi yang terstruktur dapat menurunkan beban kognitif dan meningkatkan kemampuan integrasi konsep abstrak dalam pembelajaran matematika



G_6

Domain	Kodomain
u_1	u_2
u_1	u_4
u_2	u_1
u_2	u_3
u_3	u_4
u_3	u_6
u_4	u_5
u_5	u_5

Gambar 3. Graf tak sederhana memuat *loop* dengan beberapa *state* dan peluang transisi

Secara keseluruhan, penggunaan visualisasi graf terhubung berarah berbantuan LaTeX tidak hanya menurunkan tingkat keabstrakan dalam pemodelan Rantai Markov, tetapi juga berperan signifikan dalam memperkuat pemahaman konseptual peserta didik. Temuan ini sejalan dengan teori *dual coding* yang menyatakan bahwa integrasi representasi visual dan simbolik mampu meningkatkan pembentukan makna konseptual secara lebih mendalam dibandingkan penyajian simbolik semata (Paivio, 2014). Dalam konteks Rantai Markov, graf berarah memungkinkan peserta didik membangun representasi mental yang lebih koheren mengenai hubungan antar-state dan peluang transisinya, sehingga mereka tidak lagi memandang transisi sebagai sekadar entri matriks probabilitas, melainkan sebagai alur proses stokastik yang dapat ditelusuri secara visual.

Lebih lanjut, visualisasi graf berperan sebagai *bridging representation* yang menjembatani pemahaman antara notasi formal dan makna konseptual, sebagaimana ditegaskan oleh Ainsworth (2006) bahwa penggunaan berbagai bentuk representasi secara terintegrasi dapat meningkatkan pemahaman relasional dalam pembelajaran matematika. Melalui graf terhubung, peserta didik dapat mengamati secara langsung arah dan bobot transisi, mengidentifikasi state absorbing maupun state transient, serta menelusuri lintasan proses dalam beberapa langkah waktu. Aktivitas ini mendorong terbentuknya *concept image* yang lebih stabil terkait struktur dasar Rantai Markov.

Hasil ini juga mendukung temuan Mayer (2020) yang menyatakan bahwa pembelajaran berbasis visualisasi terstruktur mampu mengurangi *cognitive load* dan meningkatkan kemampuan peserta didik dalam melakukan integrasi konsep. Dengan berkurangnya beban kognitif akibat abstraksi simbolik yang tinggi, peserta didik lebih mampu mengaitkan konsep peluang transisi, state awal, dan state tujuan dalam satu kesatuan makna. Dampaknya, mereka tidak hanya mampu menyelesaikan soal secara prosedural, tetapi juga dapat menjelaskan kembali mekanisme proses stokastik secara konseptual, yang tercermin dari peningkatan kualitas argumentasi dan penalaran mereka dalam diskusi maupun tes pemahaman konsep.

SIMPULAN

Berdasarkan hasil penelitian, dapat disimpulkan bahwa visualisasi pemodelan Rantai Markov melalui graf terhubung berarah berbantuan LaTeX merupakan

pendekatan yang efektif dalam menjembatani sifat abstrak proses stokastik pada pembelajaran statistika dasar. Melalui tahapan analisis matriks transisi, pemodelan probabilistik, penyusunan *coding* LaTeX, hingga visualisasi dan interpretasi graf berarah, peserta didik tidak hanya diperkenalkan pada bentuk simbolik Rantai Markov, tetapi juga pada struktur hubungan antar *state* yang dapat diamati secara visual. Visualisasi ini terbukti mampu meningkatkan kejelasan representasi model, memperkuat pemahaman konseptual terhadap arah transisi dan dinamika sistem, serta mengurangi tingkat keabstrakan materi. Dengan demikian, integrasi LaTeX sebagai media visualisasi ilmiah dan graf berarah sebagai representasi pemodelan menjadi komponen penting dalam mendukung efektivitas pembelajaran Rantai Markov secara lebih sistematis, presisi, dan bermakna.

REFERENSI

Ainsworth, S. (2006). DeFT: A conceptual framework for considering learning with multiple representations. *Learning and Instruction*, 16(3), 183–198.

Brémaud, P. (2020). *Markov chains: Gibbs fields, Monte Carlo simulation, and queues*. Springer.

Chen, Y. (2021). *Visualization of stochastic processes for supporting conceptual understanding*. IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics, 27(8), 3451–3463. https://doi.org/10.1109/TVCG.2020.3030405.

Durrett, R. (2019). *Probability: Theory and examples* (5th ed.). Cambridge University Press.

Kottwitz, S. (2021). *LaTeX beginner's guide* (2nd ed.). Packt Publishing.

Maulani, A., & Waryanto, H. (2023). *Pengenalan TikZ dari graf* Br_3 o P_4). Jurnal E-DuMath, 9(2), 131–138.

Maulani, A., Rosini, N. I., Waryanto, H., & Husein, A. S. (2023). *Game Edukasi Matematika Diskrit*. Jurnal E-DuMath, 9(2), 125–130.

Mittelbach, F., Goossens, M., Braams, J., Carlisle, D., & Rowley, C. (2020). *The LaTeX companion* (3rd ed.). Addison-Wesley Professional.

Ross, S. M. (2014). *Introduction to Probability Models* (11th ed.). Amsterdam: Elsevier.

Ross, S. M. (2019). *Introduction to probability models* (12th ed.). Academic Press

Soliman, O. S., & El-Seoud, S. A. (2021). Markov chain modeling for prediction and decision-making systems. *International Journal of Advanced Computer Science and Applications, 12*(3), 210–218.

Tantau, T. (2023). *PGF/TikZ manual for version 3.1.10*. The TeX Users Group.

Vandenbroucke, D., Feys, P., & Van de Walle, R. (2020). Visualization strategies for abstract mathematical concepts. *Computer Applications in Engineering Education, 28*(6), 1450–1462.

Meyer, C. D. (2018). *Matrix Analysis and Applied Linear Algebra*. Philadelphia: SIAM

Mayer, R. E. (2020). *Multimedia Learning* (3rd ed.). Cambridge: Cambridge University Press.

Paivio, A. (2014). *Mind and Its Evolution: A Dual Coding Theoretical Approach*. New York: Psychology Press.